

Introdução à simulação de Monte Carlo¹

Aplica-se ao: Microsoft Office Excel 2003

Aplica-se a

Microsoft Office Excel 2003



Este artigo foi adaptado do *Microsoft Excel Data Analysis and Business Modeling* de Wayne L. Winston. [Visite Microsoft Learning](#) para aprender mais sobre este livro.

Este livro estilo sala de aula foi desenvolvido de uma série de apresentações por Wayne Winston, um estatístico e professor de negócios bem conhecido que se especializou em aplicações práticas e criativas do Excel. Para ficar preparado — você deve precisar colocar a sua imaginação a funcionar.

Neste Artigo

[Quem usa a simulação de Monte Carlo?](#)

[O que acontece quando Eu entro com =ALEATÓRIO\(\) numa célula?](#)

[Como posso simular valores de uma variável aleatória discreta?](#)

[Como posso simular valores de uma variável aleatória normal ?](#)

[Como deveria uma empresa de cartões comemorativos determinar quantos cartões produzir?](#)

[O impacto do risco nas nossas decisões](#)

[Intervalo de confiança para o lucro médio](#)

Problemas

Sample files: Você pode [download os samples files](#) que estão relacionados aos fragmentos do *Microsoft Excel Data Analysis and Business Modeling* no Microsoft Office Online: <http://www.microsoft.com/downloads/details.aspx?FamilyId=B01F647E-2DF5-414C-8513-F3AD06B63ACB&displaylang=en> Este artigo usa os arquivos RandDemo.xls, Discretesim.xls, NormalSim.xls, e Valentine.xls.

¹ Este artigo encontra-se no site da Microsoft: <http://office.microsoft.com/en-us/excel/HA011118931033.aspx>
O que fizemos foi traduzi-lo para que nossos alunos que ainda não conseguem ler em inglês possam desfrutar dos ensinamentos brilhantes que aqui se encontram quanto a Simulação de Monte Carlo no Excel.

Gostaríamos de ser capaz de acuradamente estimar as probabilidades dos eventos incertos. Por exemplo, qual é a probabilidade que os fluxos de caixa de um novo produto fluxos de caixa terão um valor presente líquido (VPL) positivo? Qual é o risco do nosso portfólio de investimentos? Simulação de Monte Carlo habilita-nos a modelar situações com incerteza presente e rodá-las milhares de vezes num computador.

NOTA O nome *simulação de Monte Carlo* vem do fato que durante os anos 1930s e 1940s, muitas simulações em computadores eram realizadas para estimar a probabilidade de que uma reação em cadeia necessária para uma bomba atômica funcionasse com sucesso. Os físicos envolvidos neste trabalho eram grandes apreciadores de jogos de azar, então eles deram às simulações o nome código de Monte Carlo.

Quem usa a simulação de Monte Carlo?

Muitas companhias usam simulação de Monte Carlo como uma importante ferramenta para tomada de decisão. Aqui estão alguns exemplos.

General Motors, Procter and Gamble, e Eli Lilly usam simulação para estimar ambos os retornos médios e o risco de novos produtos. Na GM, esta informação é usada pelo CEO Rick Waggoner para determinar os produtos que virão a mercado.

GM usa simulação para atividades tais como projeções de lucro líquido para a corporação, previsão de custos estruturais e custos de compra, determinando sua susceptibilidade a diferentes espécies de risco (tais como taxas de juros e mudanças e flutuações nas taxas de câmbio).

Lilly usa simulação para determinar a capacidade ótima da planta que deverá ser construída para cada droga.

As empresas de Wall Street usam simulação para precificar derivativos financeiros complexos e determinar o *Value at RISK* (VAR) dos seus portfólios de investimentos.

Procter and Gamble usa simulação para modelar e otimizar a proteção ao risco do câmbio estrangeiro.

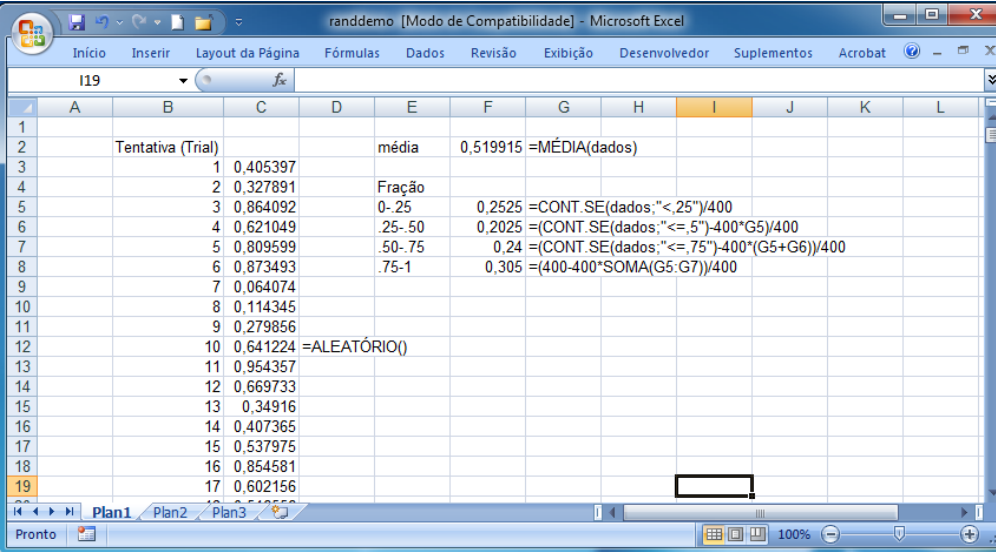
Sears uses simulação para determinar quantas unidades de cada linha de produto deverão ser pedidas aos fornecedores — por exemplo, quantos pares de Dockers deverão ser pedidos este ano.

Simulação pode ser usada para avaliar "real options," tal como o valor de uma opção expandir, contrair, ou adiar um projeto.

Planejadores financeiros usam simulação de Monte Carlo para determinar estratégias de investimentos ótimas para seus clientes.

O que acontece quando Eu entro com =ALEATÓRIO() numa célula?

Quando você entrar com a fórmula =ALEATÓRIO() numa célula, você obtém um número que é igualmente provável assumir qualquer valor entre 0 e 1. Assim, cerca de 25 % do tempo, você deverá obter um número menor que ou igual a .25; cerca de 10 % do tempo você obterá um número que é no mínimo .90, e, assim por diante. Para ver como a função ALEATÓRIO funciona, dê uma olhada no arquivo RandDemo.xls, mostrado na figura seguinte.



The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Tentativa (Trial)	Valor	Fração	Fórmula
1	0,405397		
2	0,327891		
3	0,864092	0- .25	=CONT.SE(dados;"<=.25")/400
4	0,621049	.25-.50	=(CONT.SE(dados;"<=.5")-400*G5)/400
5	0,809599	.50-.75	=(CONT.SE(dados;"<=.75")-400*(G5+G6))/400
6	0,873493	.75-1	=(400-400*SOMA(G5:G7))/400
7	0,064074		
8	0,114345		
9	0,279856		
10	0,641224		=ALEATÓRIO()
11	0,954357		
12	0,669733		
13	0,34916		
14	0,407365		
15	0,537975		
16	0,854581		
17	0,602156		

NOTA Quando você abrir o arquivo RandDemo.xls, você não verá os mesmos números aleatórios mostrados na figura anterior. A função ALEATÓRIO sempre recalcula os números que ela gera quando uma planilha é aberta ou nova informação é entrada na planilha.

Eu copieei a fórmula =ALEATÓRIO() da célula C3 para C4:C402. Eu nomeei o intervalo C3:C402 como *dados*. Daí então, na coluna F, Eu rastreei a média dos 400 números aleatórios (célula F2) e usei a função CONT.SE para determinar as frações que estão entre 0 e ,25, ,25 e ,50, ,50 e ,75 e ,75 e 1. Quando você pressionar a tecla F9, os números aleatórios são recalculados. Note que a média dos 400 números está sempre próxima de 0,5 e que cerca de 25 % dos resultados estão em cada intervalo de 0,25. Estes resultados são consistentes com a definição de um número aleatório. Note também que os valores gerados pela ALEATÓRIO em diferentes células são independentes. Por exemplo, se o número aleatório gerado na célula C3 é um número grande (digamos, 0,99), isto nos diz nada sobre os valores dos outros números aleatórios gerados.

Como posso simular valores de uma variável aleatória discreta?

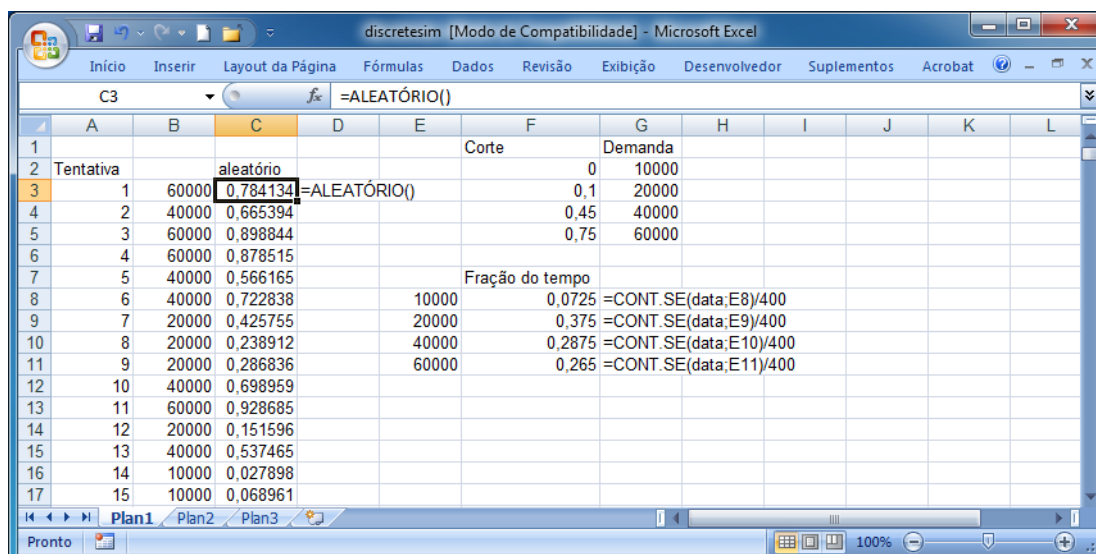
Suponha que a demanda por um calendário seja governada pela seguinte variável aleatória discreta.

Demanda	Probabilidade
10.000	.10
20.000	.35
40.000	.3
60.000	.25

Como podemos ter o Excel jogando, ou simulando, esta demanda por calendários muitas vezes? O truque é associar cada valor possível da função ALEATÓRIO com uma demanda possível por calendários. A tarefa seguinte assegura que uma demanda de 10.000 ocorrerá 10 % das vezes, e, assim por diante.

Demanda	Números Aleatórios Atribuídos
10.000	Menor que ,10
20.000	Maior que ou igual a ,10, e menor que ,45
40.000	Maior que ou igual a ,45, e menor que ,75.
60.000	Maior que ou igual a ,75.

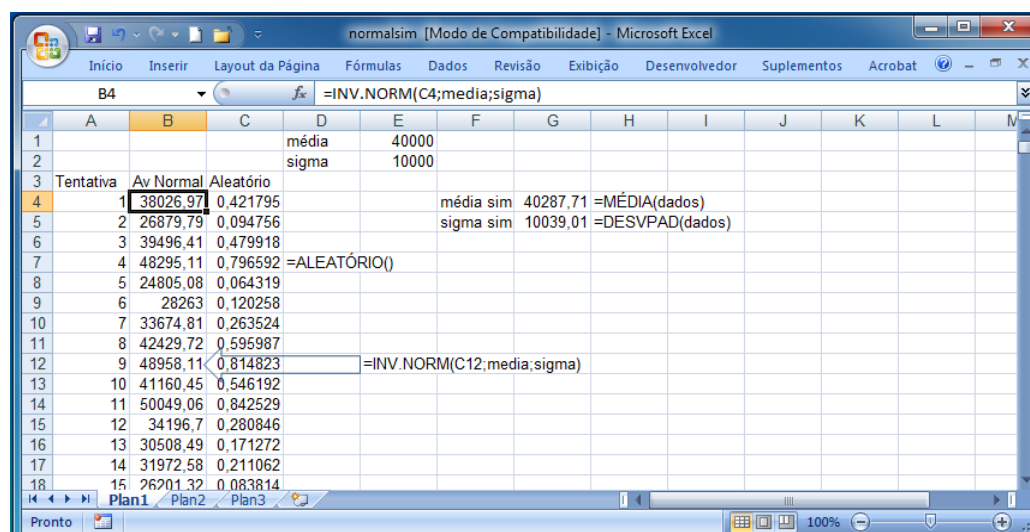
Para ver uma simulação da demanda, observe o arquivo Discretessim.xls, mostrado na seguinte figura.



A chave da nossa simulação é usar um número aleatório para ajustar uma procura no intervalo tabela F2:G5 (chamado de *procura*). Números aleatórios maiores que ou iguais a 0 e menores que ,10 conduzirão a uma demanda de 10.000; números aleatórios maiores que ou iguais a ,10 e menores que ,45 conduzirão a uma demanda de 20.000; números aleatórios maiores que ou iguais a ,45 e menores que ,75 conduzirão a uma demanda de 40.000; e números aleatórios maior que ou igual a ,75 conduzirão a uma demanda de 60.000. Eu gerei 400 números aleatórios copiando de C3 para C4:C402 a fórmula ALEATÓRIO(). Daí então eu gerei 400 tentativas ou iterações de demandas de calendários copiando a fórmula *PROCV(C3,procura,2)* de B3 para B4:B402. Esta fórmula assegura que qualquer número aleatório menor que ,10 gera uma demanda de 10.000; qualquer número aleatório entre ,10 e ,45 gera uma demanda de 20.000, e, assim por diante. No intervalo de células F8:F11, usei a função *CONT.SE* para determinar a fração das nossas 400 iterações conduzindo cada demanda. Note que sempre que você pressionar F9 para recalculer os números aleatórios, as probabilidades simuladas ficam próximas às nossas probabilidades de demanda assumidas.

Como posso simular valores de uma variável aleatória normal?

Se você entrar em qualquer célula com a fórmula $INV.NORM(aleatório(), mu, sigma)$, você gerará um valor simulado de uma variável aleatória normal tendo uma média mu e um desvio padrão $sigma$. Eu illustrei este procedimento no arquivo NormalSim.xls, mostrado na figura seguinte.



Tentativa	Av Normal	Aleatório
		média
		sigma
1	38026,97	0,421795
2	26879,79	0,094756
3	39496,41	0,479918
4	48295,11	0,796592
5	24805,08	0,064319
6	28263	0,120258
7	33674,81	0,263524
8	42429,72	0,595987
9	48958,11	0,814823
10	41160,45	0,546192
11	50049,06	0,842529
12	34196,7	0,280846
13	30508,49	0,171272
14	31972,58	0,211062
15	26201,32	0,083814

Vamos supor que queiramos simular 400 tentativas ou iterações para uma variável aleatória normal com uma média de 40.000 e um desvio padrão de 10.000. (Entrei com estes valores nas células E1 e E2 e chamei estas células de *media* e *sigma*, respectivamente). Copiando a fórmula $=ALEATÓRIO()$ de C4 para C5:C403 gera 400 números aleatórios diferentes. Copiando de B4 para B5:B403 a fórmula $INV.NORM(C4,media,sigma)$ gera 400 valores tentativas (trial) diferentes de uma variável aleatória normal com uma media de 40.000 e um desvio padrão de 10.000. Quando pressionamos a tecla F9 para recalculer os números aleatórios, a média permanece perto de 40.000 e o desvio padrão perto de 10.000.

Essencialmente, para um número aleatório x , a fórmula $INV.NORM(p, mu, sigma)$ gera o $p^{\text{ésimo}}$ percentil de uma variável aleatória normal com uma média mu e um desvio padrão $sigma$. Por exemplo, o número aleatório ,8466 na célula C13 gera na célula B13 aproximadamente o 85-ésimo percentil de uma variável aleatória normal com uma média de 40.000 e um desvio padrão de 10.000.

Daí então eu entrei com a quantidade de produção trial (40.000 neste exemplo) na célula C1. A seguir Eu criei um número aleatório na célula C2 com a fórmula $=ALEATÓRIO()$. Como descrito anteriormente, Eu simulei a demanda por cartão na célula C3 com a fórmula $PROCV(aleatório,procura,2)$. (Na fórmula PROCV, *aleatório* é o nome de célula atribuído à célula C3, não a função ALEATÓRIO).

O número de unidades vendidas é o menor entre a nossa quantidade de produção e a demanda. Na célula C8, Eu calculei nossa receita com a fórmula $MIN(demanda produzida)*preço_unitário$. Na célula C9, Eu calculei o custo total de produção com a fórmula $produzido*custo_de_producao_unitario$.

Se produzirmos mais que o demandado, o número de unidades de sobras igual produção menos demanda; caso contrário nenhuma unidade está sobrando. Calculamos nosso custo de disposição na célula C10 com a fórmula $custo_unitario_do_pedido*SE(produzido>demanda produzida-demanda,0)$. Finalmente, na célula C11, calculamos nosso lucro como $receita-custo_variavel_total - custo_total_do_pedido$.

Gostaríamos de uma maneira eficiente de pressionar F9 muito (digamos 1.000 vezes) para cada quantidade de produção e calcularmos nosso lucro esperado para cada quantidade de produção. Esta situação é uma em que uma tabela de dados bidimensional atinge o nosso objetivo. A tabela de dados que usei neste exemplo está mostrada na figura seguinte.

	A	B	C	D	E
13	média	25000	44960	56866	42312
14	desvio padrão	0	13655,21383	48502,36	72270,09
15	16000	10000	20000	40000	60000
16	1	25000	50000	16000	66000
17	2	25000	50000	-26000	66000
18	3	25000	8000	100000	-18000
19	4	25000	50000	100000	-18000
20	5	25000	50000	100000	150000
21	6	25000	50000	100000	-18000
22	7	25000	50000	100000	-18000
23	8	25000	50000	100000	66000
24	9	25000	50000	100000	-18000
25	10	25000	50000	100000	66000
26	11	25000	50000	100000	66000
27	12	25000	50000	100000	-18000
28	13	25000	50000	16000	-60000
29	14	25000	50000	16000	-60000
30	15	25000	50000	16000	-18000
31	16	25000	50000	100000	66000
32	17	25000	8000	100000	150000
33	18	25000	50000	100000	-18000
34	19	25000	50000	100000	66000
35	20	25000	50000	16000	66000
36	21	25000	50000	100000	66000
37	22	25000	50000	100000	-18000
38	23	25000	50000	100000	-18000
39	24	25000	50000	-26000	66000
40	25	25000	50000	16000	66000
41	26	25000	8000	16000	66000
42	27	25000	50000	-26000	-18000
43	28	25000	50000	100000	-18000
44	29	25000	50000	100000	150000

No intervalo de células A16:A1015, Eu entrei com os números 1-1000 (correspondendo as nossas 1.000 tentativas). Um modo fácil de criar estes valores é entrar com **1** na célula **A16**, selecionar a célula, e daí então, na guia **Início**, no grupo de ferramentas **Edição**, clicar **Preencher** e no menu suspenso selecionar **Série...**

Para montar uma tabela de dados bidimensional, selecionamos qualquer *célula vazia* (escolhemos a célula **I14**) como nossa Célula de entrada de coluna e escolhemos nossa quantidade de produção (célula **C1**) como a célula de entrada de linha. Quando você clicar **OK**, Excel simula 1.000 valores de demanda para cada quantidade pedida.

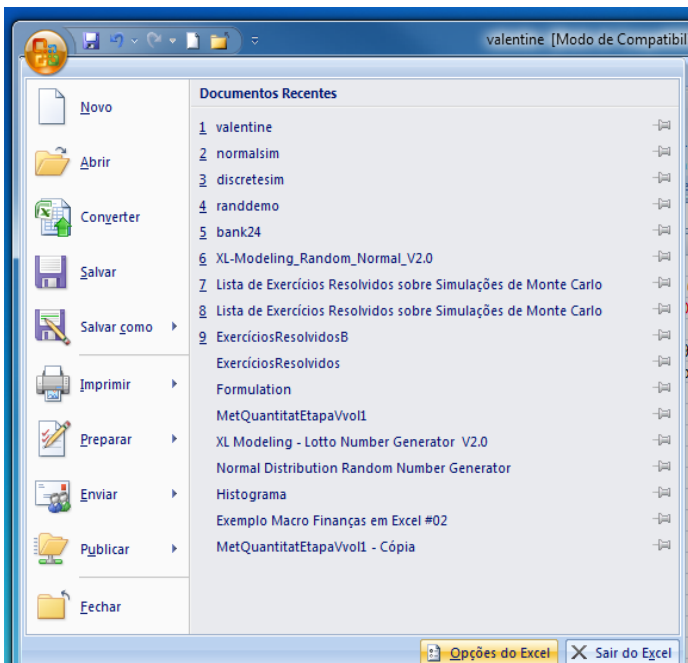
Para ilustrar como isto funciona, consideremos os valores colocados na tabela de dados no intervalo de células C16:C1015. Para cada uma destas células, Excel usará um valor de 20.000 na célula C1. Na C16, a coluna de células de entrada de valor 1 é colocada numa célula vazia e o número aleatório na célula C2 recalculado. O lucro correspondente então é gravado na célula C16. Daí então o valor da coluna de células de entrada 2 é colocado numa célula vazia, e o número aleatório em C2 novamente recalcula. O lucro correspondente é entrado na célula C17.

Copiando da célula B13 até C13:E13 a fórmula *MÉDIA(B16:B1015)*, calculamos o lucro simulado médio para cada quantidade de produção. Copiando a fórmula *DESVPAD (B16:B1015)* da célula B14 até C14:E14, calculamos o desvio padrão dos nossos lucros simulados para cada quantidade pedida. Cada vez que pressionarmos F9, 1.000 iterações de demanda são simuladas para cada quantidade pedida. Produzir 40.000 cartões sempre conduz ao maior lucro esperado. Portanto, ele parece como se produzir 40.000 cartões é a decisão apropriada.

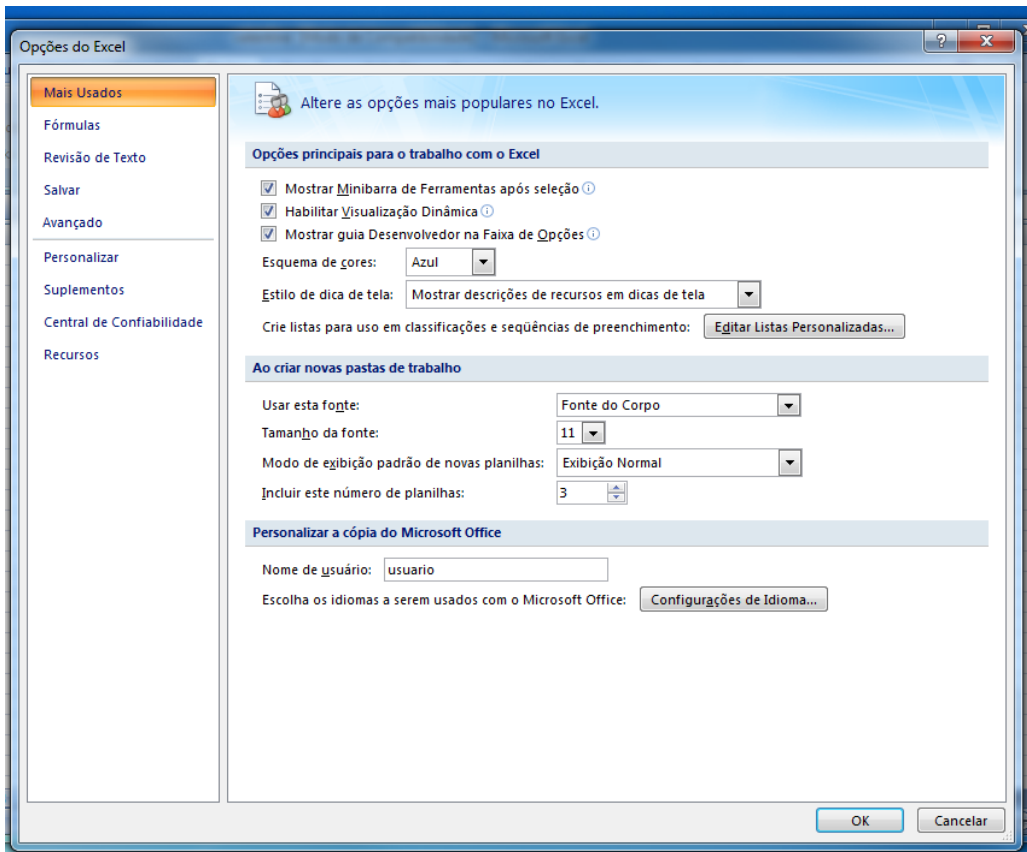
O impacto do risco na nossa decisão

Se produzirmos 20.000 cartões em vez de 40.000 cartões, nosso lucro esperado cai aproximadamente 22 %, mas nosso risco (quando medido pelo desvio padrão do lucro) cai quase 73 %. Portanto, se formos extremamente avessos ao risco, produzir 20.000 cartões poderá ser a decisão correta. A propósito, produzir 10.000 cartões sempre tem um desvio padrão zero porque se produzirmos 10.000 cartões, venderemos sempre todos eles e não teremos sobras.

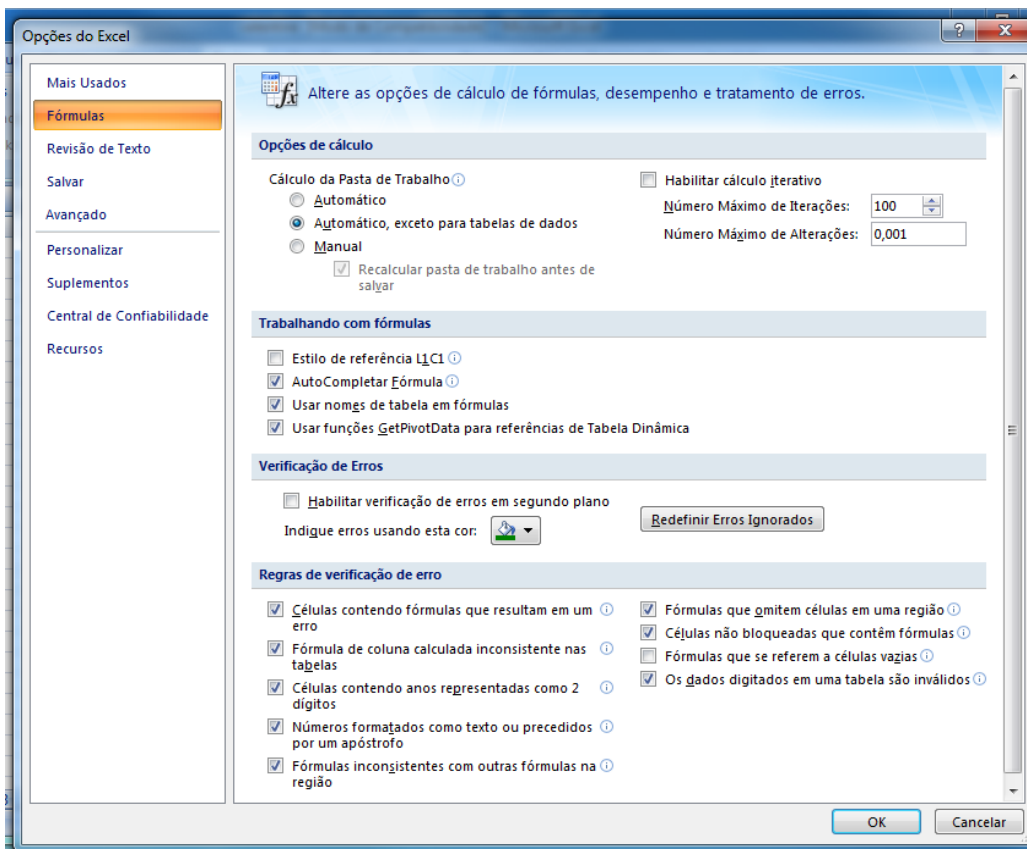
NOTA Clicar no botão do Office e aparecerá a janela



No final da janela selecionar Opções do Excel e aparecerá esta outra janela:



NO menu à esquerda seleccione Fórmulas



Nesta planilha, Eu configurei a opção **Cálculo** para **Automático, exceto para tabela de dados**. Esta configuração assegura que nossa tabela de dados não recalculará a menos que pressionemos F9, isto é uma boa idéia porque uma grande tabela de dados desacelerará seu trabalho se ela recalcula cada vez que você digitar alguma coisa na sua planilha. Note que neste exemplo, sempre que você pressionar F9, o lucro médio mudará. Isto acontece porque cada vez que você pressionar F9 uma sequência diferente de 1.000 números aleatórios é usada para gerar demandas para cada quantidade pedida.

Intervalo de Confiança para o lucro médio

Uma questão natural a ser perguntada nesta situação é "Dentro de qual intervalo 95 % dos nossos dados para o lucro médio cairão?" Este intervalo é chamado de *intervalo de confiança 95 % para o lucro médio*. Um intervalo de confiança de 95 % para a média de qualquer simulação é calculado pela seguinte fórmula.

$$\text{Lucro Médio} \pm \frac{1,96 * \text{desvio padrão do lucro}}{\sqrt{\text{número de iterações}}}$$

Na célula J11, Eu calculei o limite inferior para o intervalo de confiança de 95 % sobre o lucro médio quando 40.000 calendários forem produzidos com a fórmula $D13-1.96*D14/RAIZ(1000)$. Na célula J12, Eu calculei o limite superior para o nosso intervalo de confiança de 95% com a fórmula $D13+1.96*D14/RAIZ(1000)$. Estes cálculos são mostrados na seguinte figura:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		produzido	40000											
2		alea#	0,093565373	=ALEATÓRIO()										
3		demanda	10000	=PROCV(aleatorio;procura;2)			0	10000						
4		custo de produção unitário	\$ 1,50				0,1	20000						
5		preço unitário	\$ 4,00				0,45	40000						
6		custo unitário do pedido	\$ 0,20				0,75	60000						
7														
8		receita	\$ 40.000,00	=MÍNIMO(produzido;demanda)*preco_unitario										
9		custo variável total	\$ 60.000,00	"=produzido*custo_de_producao_unitario										
10		custo total do pedido	\$ 6.000,00	=custo_unitario_do_pedido*SE(produzido>demanda;produzido-demanda;0)										
11		lucro	\$ (26.000,00)	=receita-custo_variavel_total-custo_total_do_pedido										
12														
13	média		25000	44960	56866	42312	=MÉDIA(E16:E1015)							
14	desvio padrão		0	13655,21383	48502,36	72270,09	=DESVPAD(E16:E1015)							
15		-26000		10000	20000	40000	60000							
16		1	25000	50000	16000	66000			95% IC para lucro médio	Inferior	53859,79	=D13-1,96*D14/RAIZ(1000)		
17		2	25000	50000	-26000	66000			pedido de 40.000 calendários	Superior	59933,56	=D13+2*D14/RAIZ(1000)		
18		3	25000	8000	100000	-18000								

Estamos 95 % certos de que nosso lucro médio quando 40.000 calendários forem pedidos está entre \$53.860 e \$59.934.

Problemas

1. Uma distribuidora da GMC acredita que a demanda por Envoys 2005 será normalmente distribuída com uma média de 200 e um desvio padrão de 30. Seu custo em receber um Envoy é \$25.000, e ele vende um Envoy por \$40.000. Metade de todos os Envoys que sobram podem ser vendidos por \$30.000. Ele está considerando pedir 200, 220, 240, 260, 280, ou 300 Envoys. Quantos ele deverá pedir?
2. Um pequeno supermercado está tentando determinar quantos exemplares do magazine *People* eles deverão pedir por semana. Eles acreditam que sua demanda pela *People* é governada pela seguinte variável aleatória discreta.

Demanda	Probabilidade
15	.10
20	.20
25	.30
30	.25
35	.15

3. O supermercado paga \$1,00 por cada exemplar da *People* e vende cada exemplar por \$1,95. Eles podem devolver cada exemplar não vendida da *People* por \$0,50. Quantos exemplares da *People* deverão ser pedidos pela loja?